

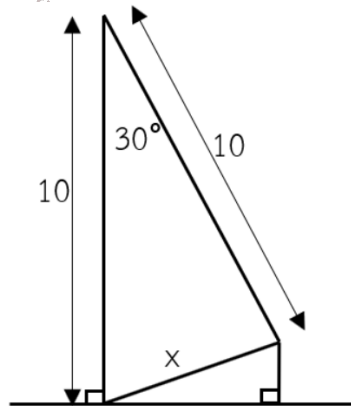
กระดาษคำถาม (Questions) ฝึกฝน 20 ข้อ

Username: ระดับ: ชื่อ-สกุล:
(ตัวอย่าง 10 ข้อ) 1.คณิตศาสตร์ ม.4 ทั้งหมด

1. คำถาม กราฟของสมการ $y = -4x^2 - 40x - 107$ มีจุดต่ำสุดหรือจุดสูงสุดที่จุดใด (ID02723A4152850)

- 1.> จุดสูงสุดที่ (5, 7)
- 2.> จุดสูงสุดที่ (-7, 5)
- 3.> จุดสูงสุดที่ (-5, -7)
- 4.> จุดต่ำสุดที่ (7, -5)
- 5.> จุดต่ำสุดที่ (5, -7)

2. คำถาม จากรูปค่าของ x เท่ากับกี่หน่วย (ID02723A4140740)



- 1.> $5\sqrt{2 - \sqrt{3}}$
- 2.> $5\sqrt{\sqrt{3} - 1}$
- 3.> $10\sqrt{2 - \sqrt{3}}$
- 4.> $10\sqrt{3 - \sqrt{2}}$
- 5.> $10\sqrt{\sqrt{2} - 1}$

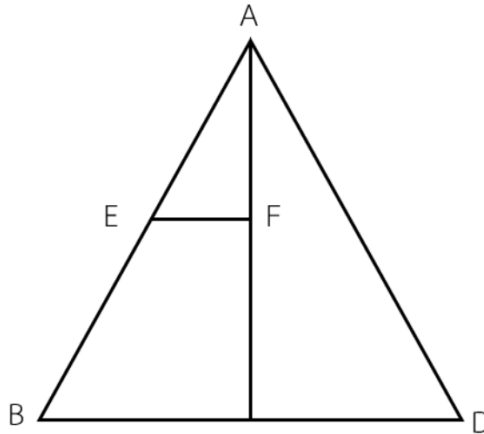
3. คำถาม นักบินขับเครื่องบิน บินตามลมระยะทาง 480 กิโลเมตร ใช้เวลา 2 ชั่วโมง แต่บินทวนลม ในระยะทางเท่าเดิมใช้เวลา 2 ชั่วโมง 40 นาที จงหาว่าอัตราเร็วของเครื่องบินเมื่ออากาศ นิ่ง (นักบินเร่งเครื่องเท่าเดิม) เท่ากับกี่กิโลเมตรต่อชั่วโมง (ID02723A4152907)

- 1.> 190
- 2.> 200
- 3.> 210
- 4.> 220
- 5.> 230

4. คำถาม ระยะทางที่วัตถุตกจากที่สูงแปรผันโดยตรงกับกำลังสองของเวลา ถ้าวัตถุตกจากที่สูงเป็น เวลา 1 วินาที จะตกได้ระยะทาง 5 เมตร ระหว่างวินาทีที่ 5 ถึงวินาทีที่ 7 วัตถุจะตกได้ ระยะทางกี่เมตร (ID02723A4140130)

- 1.> 96
- 2.> 108
- 3.> 112
- 4.> 120
- 5.> 144

5. คำถาม จากรูป EF ขนานกับ BD ถ้า AE ยาว 4 หน่วย BD ยาว 6 หน่วย และ $CD = EF = BE$ จงหา EF มีค่ากี่หน่วย (ID02723A4135905)



- 1.> $\sqrt{10}$
- 2.> $\sqrt{10}-1$
- 3.> $\sqrt{10}-4$
- 4.> $\sqrt{10}-6$
- 5.> $\sqrt{10}-8$

6. คำถาม จากรูป ถ้า มุม $\angle COD = 180^\circ$ จงหาค่า X (ID02723A4140039)

กำหนด $\frac{350}{x-30} - \frac{400}{x} = 2$ ถ้า x_1 และ x_2 เป็นคำตอบของสมการโดยที่ $x_1 > 0$ จงหาว่า $\frac{x_1}{x_2}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- 1.> 56
- 2.> 54
- 3.> 50
- 4.> 45
- 5.> 42

7. คำถาม ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดหนึ่ง ซึ่งมี m จำนวน เป็น q และค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูล อีกชุดหนึ่ง ซึ่งมี n จำนวน เป็น p ถ้านำข้อมูลทั้งสองชุดนี้มารวมเป็นกลุ่มเดียวกัน จะหา ค่าเฉลี่ยเลขคณิตได้ k จงหาว่า p มีค่าเท่าใด (ID02723A4140215)

- 1.> $\frac{m}{n}(k-q) + k$
- 2.> $\frac{k(m+n) - q}{n}$
- 3.> $\frac{m}{n}(k+q-1)$
- 4.> $\frac{m}{n}(k-q+1)$

$$5.> \frac{m}{n}(q-k) + k$$

8. คำถาม กำหนดให้ $6(x + 3y + 2) - (4x + 19y) = 26$ และ $(8x + 15y - 15) - 4(x + 3y) = 23$ ค่าของ $2x + y$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี (ID02723A4152845)

- 1.> 14
- 2.> 15
- 3.> 16
- 4.> 17
- 5.> 18

9. คำถาม ความต้านทาน (R) ของลวดโลหะเส้นหนึ่งแปรผันโดยตรงกับความยาวของเส้นลวด (L) และแปรผันแบบผกผันกับกำลังสองของรัศมีของหน้าตัด (r) ถ้าลวดเส้นหนึ่งยาว 15 เมตร มีรัศมีของหน้าตัด 0.3 มิลลิเมตร และความต้านทาน 5.0 โอห์ม จงหาลวดโลหะชนิดเดียวกันที่มีความยาว 20 เมตร ค่าความต้านทาน 2.4 โอห์ม มีรัศมีของหน้าตัดเท่ากับ กี่มิลลิเมตร (ID02723A4152909)

- 1.> 0.25
- 2.> 0.50
- 3.> 0.75
- 4.> $\sqrt{0.75}$
- 5.> $\sqrt{0.83}$

10. คำถาม ในระยะเวลา 3 วัน คาดคะเนไว้ว่าฝนอาจจะตกหรือไม่ตก โอกาสที่ฝนจะตกอย่างน้อย 2 วันเป็นเท่าไร (ID02723A4152812)

- 1.> $1/8$
- 2.> $1/4$
- 3.> $3/8$
- 4.> $1/2$
- 5.> $3/4$

11. คำถาม ถังเก็บน้ำมีปั๊มสูบน้ำ 3 ตัว ปั๊ม ก และ ข สูบน้ำเข้าเต็มถังในเวลา 6 ชั่วโมง และ 12 ชั่วโมง ตามลำดับ ปั๊ม ค สูบน้ำออกกักถังหมดในเวลา 8 ชั่วโมง เริ่มเปิดปั๊ม ก และ ข สูบน้ำเข้าถังเปล่าพร้อมกันเป็นเวลา 2 ชั่วโมง หลังจากนั้นเปิดปั๊ม ค เพิ่มขึ้นอีกตัว จงคำนวณว่าจะใช้เวลารวมทั้งชั่วโมงจึงจะสูบน้ำเต็มถัง นับเวลาเริ่มตั้งแต่เปิดปั๊ม ก และ ข (ID02723A4152855)

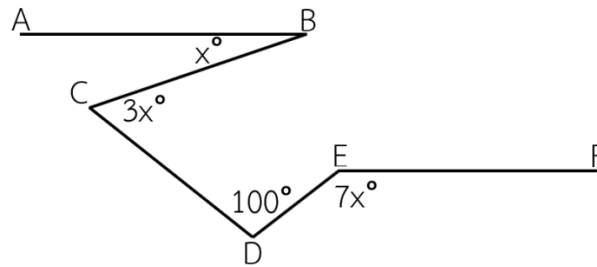
- 1.> 4
- 2.> 5
- 3.> 6
- 4.> 7
- 5.> 8

12. คำถาม ถังน้ำฐานรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดยาวด้านละ 50 เซนติเมตร และสูง 50 เซนติเมตร บรรจุน้ำไว้ $3/10$ ของปริมาตรถัง ถ้าน้ำรั่วออก 500 ลูกบาศก์เซนติเมตรต่อวินาที จงหาว่านานกี่นาทีน้ำจึงจะเหลือ $1/10$ ของปริมาตร

(ID02723A4140929)

- 1.> 30
- 2.> 35
- 3.> 40
- 4.> 45
- 5.> 50

13. คำถาม จากรูปกำหนด AB ขนาน EF ค่าของ x จะตรงกับข้อใด (ID02723A4152906)



- 1.> 10
- 2.> 15
- 3.> 20
- 4.> 25
- 5.> 30

14. คำถาม วงกลมที่มีจุดศูนย์กลางร่วมกัน 2 วง ทำให้เกิดวงแหวนซึ่งมีพื้นที่ 49TT ตารางหน่วย คอร์ดของวงกลมใหญ่ที่สัมผัสวงกลมเล็กจะยาวกี่หน่วย TT($\pi \approx 3.14$) (ID02723A4140105)

- 1.> 12
- 2.> 14
- 3.> 16
- 4.> 18
- 5.> 20

15. คำถาม ทอดลูกค่า 2 ลูกพร้อมกัน จงหาความน่าจะเป็นที่จะทอดให้ได้ผลรวมหรือผลต่างของแต้มเป็น 3 (ID02723A4152746)

- 1.> 1/6
- 2.> 2/9
- 3.> 1/4
- 4.> 4/9
- 5.> 1/3

16. คำถาม กราฟพาราโบลา $y = x^2 + 1$ ตัดกับกราฟเส้นตรง $x + 2y - 4 = 0$ ที่จุด $(x_1 + y_1)$ และ $(x_2 + y_2)$ จงค่าของ $x_1 + x_2$ (ID02723A4152911)

- 1.> -1/2
- 2.> -2
- 3.> 9/5

- 4.> $(\sqrt{7} - 1)/4$
 5.> $(\sqrt{17} - 1)/4$

17. คำถาม แท่งเหล็กทรงกระบอกมีรัศมียาว 5 เซนติเมตร ถ้าแท่งเหล็กยาว 11 เซนติเมตร เมื่อนำไปแทนที่น้ำ น้ำจะล้นออกมากี่ลิตร (ID02723A4152912)

- 1.> 0.35 ลิตร
 2.> 0.66 ลิตร
 3.> 0.86 ลิตร
 4.> 1.72 ลิตร
 5.> 2.12 ลิตร

18. คำถาม (ID02723A4135735)

ถ้า $\frac{a^3 + b^3}{a + b} = 35$ และ $ab = 6$ แล้ว $(a - b)^2$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

- 1.> 29
 2.> 31
 3.> 33
 4.> 37
 5.> 41

19. คำถาม ข้อใดมีค่ามากที่สุด $a = 2^{45}$, $b = 3^{36}$, $c = 4^{27}$, $d = 5^{18}$ และ $e = 6^9$ (ID02723A4135956)

- 1.> a
 2.> b
 3.> c
 4.> d
 5.> e

20. คำถาม ค่าใช้จ่ายในการพิมพ์รูปบนเสื้อ ส่วนหนึ่งคงที่คือค่าทำแบบพิมพ์ อีกส่วนหนึ่งคือค่าพิมพ์ ซึ่งแปรผันตามจำนวนเสื้อที่พิมพ์ ถ้าพิมพ์รูปบนเสื้อ 100 ตัว เสียค่าใช้จ่ายทั้งหมด 10,000 บาท และถ้าพิมพ์ 200 ตัว เสียค่าใช้จ่ายทั้งหมด 18,500 บาท จงหาค่าทำแบบพิมพ์ราคากี่บาท (ID02723A4140152)

- 1.> 500
 2.> 1,000
 3.> 1,500
 4.> 2,000
 5.> 2,500

เฉลยคำตอบ (Answers) ฝึกฝน 20 ข้อ

Username: ระดับ: ชื่อ-สกุล:
(ตัวอย่าง 10 ข้อ) 1.คณิตศาสตร์ ม.4 ทั้งหมด

1. คำตอบ 3.>

คำอธิบาย ดูภาพประกอบเฉลย

กราฟของสมการ $y = -4x^2 - 40x - 107$ มีจุดต่ำสุดหรือสูงสุดที่จุดใด

จากสมการ $y = ax^2 + bx + c$
 ได้ $y = -4x^2 - 40x - 107$
 จะได้ $a = -4$, $b = -40$, $c = -107$

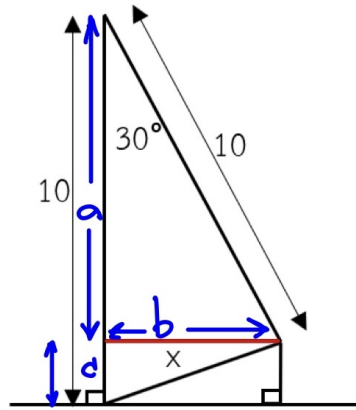
เนื่องจาก $a = -4$ จะได้กราฟพาราโบลาคว่ำ เพราะ $a < 0$
 โดยที่จุดสูงสุดอยู่ที่ (h, k)

พหุคูณ $h = \frac{-b}{2a}$ $k = \frac{4ac - b^2}{4a}$
 แทนค่า $= \frac{-(-40)}{2(-4)}$ $= \frac{4(-4)(-107) - (-40)^2}{4(-4)}$
 $= \frac{40}{-8}$ $= \frac{1712 - 1600}{-16}$
 $= -5$ $= \frac{112}{-16}$
 $= -7$

\therefore จุดสูงสุดอยู่ที่ $(h, k) = (-5, -7)$ Ans

2. คำตอบ 3.>

คำอธิบาย รูปภาพประกอบเฉลย

จากรูปค่าของ x เท่ากับกี่หน่วยจากรูปกำหนดชื่อเส้น a, b, c

หาค่า b จาก $\sin 30^\circ = \frac{b}{10}$

$$\frac{1}{2} = \frac{b}{10}$$

$$b = 5 \quad \text{--- ①}$$

หาค่า a จาก $\cos 30^\circ = \frac{a}{10}$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a}{10}$$

$$a = 5\sqrt{3} \quad \text{--- ②}$$

∴ หาค่า x จาก $x^2 = b^2 + c^2$

โดยค่า c ได้จาก $10 - a = 10 - 5\sqrt{3} = c \quad \text{--- ③}$

$$\begin{aligned} \text{จาก } (b-c)^2 \\ = b^2 - 2bc + c^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 &= 5^2 + (10 - 5\sqrt{3})^2 \\ &= 25 + (10^2 - 2(10)(5\sqrt{3}) + (5\sqrt{3})^2) \\ &= 25 + 100 - 100\sqrt{3} + 75 \\ &= 200 - 100\sqrt{3} \\ &= 100(2 - \sqrt{3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore x &= \sqrt{100(2 - \sqrt{3})} \\ &= \boxed{10\sqrt{2 - \sqrt{3}}} \text{ Ans} \end{aligned}$$

3. คำตอบ 3.>

คำอธิบาย ดูภาพประกอบเฉลย

นักบินขับเครื่องบิน บินตามลมระยะทาง 480 กิโลเมตร ใช้เวลา 2 ชั่วโมง แต่บินทวนลม ในระยะทางเท่าเดิมใช้เวลา 2 ชั่วโมง 40 นาที จงหาว่าอัตราเร็วของเครื่องบินเมื่ออากาศนิ่ง (นักบินเร่งเครื่องเท่าเดิม) เท่ากับกี่กิโลเมตรต่อชั่วโมง

$$\begin{aligned} \text{กำหนดให้ } x &= \text{อัตราเร็วของเครื่องบินเมื่ออากาศนิ่ง} \\ y &= \text{อัตราเร็วของกระแสลม} \end{aligned}$$

$$\text{บินตามลม 480 กม. ใช้ 2 ชม} = \frac{480}{2} = 240 \text{ km/hr}$$

$$\therefore \text{บินตามลม } x + y = 240 \text{ --- ①}$$

$$\text{บินทวนลม 480 กม. ใช้ 2 ชม 40 นาที} = \frac{480}{\frac{8}{3}} = 180$$

$$\begin{aligned} 2 + \frac{40}{60} &= 2 + \frac{2}{3} \\ &= \frac{8}{3} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{บินทวนลม } x - y = 180 \text{ --- ②}$$

$$\text{①} + \text{②}$$

$$2x = 420$$

$$x = \boxed{210 \text{ km/hr}} \text{ Ans}$$

4. คำตอบ 4.>

คำอธิบาย รูปภาพประกอบเฉลย

ระยะทางที่วัตถุตกจากที่สูงแปรผันโดยตรงกับกำลังสองของเวลา ถ้าวัตถุตกจากที่สูงเป็น เวลา 1 วินาที จะตกได้ ระยะทาง 5 เมตร ระหว่างวินาทีที่ 5 ถึงวินาทีที่ 7 วัตถุจะตกได้ ระยะทางกี่เมตร

หลักการ การแปรผกผัน หรือการแปรผกผัน

หากนิยาม ได้ x และ y แทนปริมาณใดๆ

1.) x แปรผกผันตรงกับ y เป็นสมการได้ว่า

$$x = ky$$

สังเกต k เป็นค่าคงที่ของ การแปรผกผัน

2.) x แปรผกผันกับ y เป็นสมการได้ว่า

$$x = k\left(\frac{1}{y}\right)$$

∴ ถ้าแทนค่าได้ ความสูง = h , เวลา = t

โดยที่ความสูง แปรผกผันตรงกับกำลังสองของเวลา

$$h = kt^2$$

เมื่อ $t = 1$, $h = 5$ แทนค่า

$$5 = k(1)^2$$

$$k = 5$$

①

จาก ①

ความสูงของวัตถุ วิ่งที่ 5
วินาทีที่ 5

$$h = 5(5)^2 = 125 \text{ ม.}$$

$$h = 5(7)^2 = 245 \text{ ม.}$$

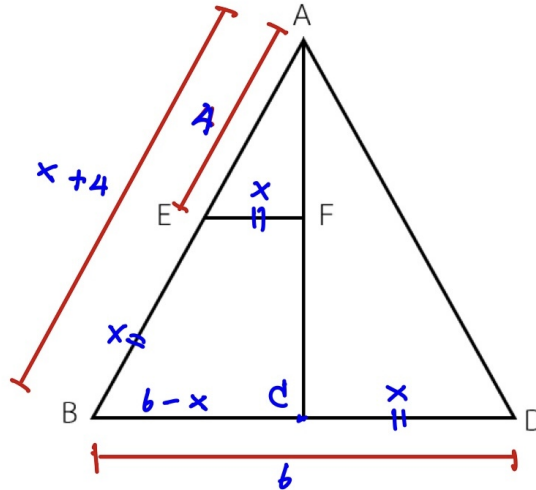
∴ ระยะทางวินาทีที่ 5-7 วัตถุ ตกได้ ระยะทาง
= $245 - 125 =$

120 ม. Ans

5. คำตอบ 3.>

คำอธิบาย รูปภาพประกอบเฉลย

จากรูป EF ขนานกับ BD ถ้า AE ยาว 4 หน่วย BD ยาว 6 หน่วย และ $CD = EF = BE$ จงหา EF มีค่ากี่หน่วย



จาก $\triangle AEF$ คล้ายกับ $\triangle ABC$

จะได้ อัตราส่วนสอดคล้องกัน $\frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC}$

$$\frac{4}{x+4} = \frac{x}{b-x}$$

$$24 - 4x = x^2 + 4x$$

$$0 = x^2 + 8x - 24$$

$$\text{หรือ } x^2 + 8x - 24 = 0 \quad \text{--- (1)}$$

สมการที่อยู่ในรูป $ax^2 + bx + c = 0$

สามารถแก้หาค่าของ x ได้โดยสูตร $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ [เป็นวิธีที่รวดเร็ว
จากที่ได้คิดแล้ว]

จาก (1) $x^2 + 8x - 24 = 0$ ซึ่งจะได้ค่า

$$a=1, b=8, c=-24$$

$$\text{แทนค่าในสูตรจะได้ } x = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4(1)(-24)}}{2(1)}$$

$$= \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 96}}{2}$$

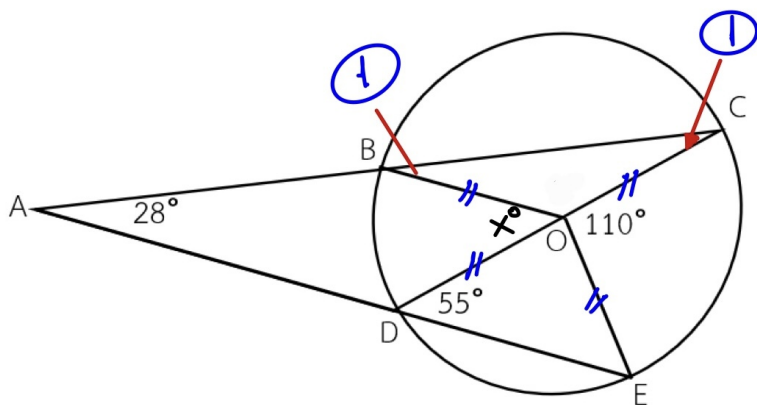
$$= \frac{-8 \pm \sqrt{160}}{2}$$

$$= \frac{-8 \pm 4\sqrt{10}}{2} = -4 \pm 2\sqrt{10}$$

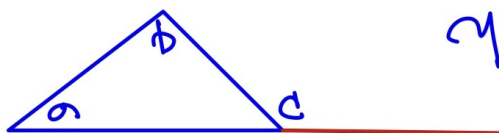
เนื่องจาก x มีความยาวได้ ดังนั้นค่าที่ติดลบจะทิ้ง $x = -4 + 2\sqrt{10}$ Ans

6. คำตอบ 2.>

คำอธิบาย ดูภาพประกอบเฉลย
จากรูป ถ้า มุม COD=180 จงหาค่า X



สามารถหา
สามเหลี่ยมโดย ใช้ค่าด้านใดด้านหนึ่งของรูป Δ ออกไป สมมุติหากที่เกิด
ขึ้น สะท้อนกัน ผลรวมของมุมภายใน เป็น ๓๖๐ องศา



โดยที่ $a + b = c$

จาก ΔACD $180 = 28 + \widehat{BCO} + (180 - 55)$
 $180 = \widehat{c} + 153$
 $\widehat{c} = 27$ องศา ————— ①

เนื่องจาก จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมที่สร้าง Δ ขึ้นมา ซึ่ง OB

เท่ากับมุม $\widehat{BCO} = 180 = 27 + 27 + \widehat{BOC}$
 $\widehat{BOC} = 126$

\therefore ถ้า X คือมุมที่ $X = 180 - 126$
 $= \boxed{54}$ Ans

7. คำตอบ 1.>

คำอธิบาย ดูภาพประกอบเฉลย

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดหนึ่ง ซึ่งมี m จำนวน เป็น q และค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูล อีกชุดหนึ่ง ซึ่งมี n จำนวน เป็น p ถ้านำข้อมูลทั้งสองชุดนี้มารวมเป็นกลุ่มเดียวกัน จะหา ค่าเฉลี่ยเลขคณิตได้ k จงหาว่า p มีค่าเท่าใด

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คือ $\frac{\text{ผลรวมของสมาชิกทุกตัว}}{\text{จำนวนสมาชิกทั้งหมด}}$

เขียนแทนสมการไว้ที่ $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$

ค่าเฉลี่ย ข้อมูลชุดที่ ① เขียนสมการไว้ที่ $\bar{x}_1 = \frac{\sum x_1}{n_1} \therefore \sum x_1 = \bar{x}_1 n_1$

② เขียนสมการไว้ที่ $\bar{x}_2 = \frac{\sum x_2}{n_2} \therefore \sum x_2 = \bar{x}_2 n_2$

รวมทั้ง 2 ชุด ① + ② $\bar{x}_1 + \bar{x}_2 = \frac{\sum x_1 + \sum x_2}{n_1 + n_2}$ — ③

หากให้ k แทนค่าของ \bar{x} ③ ไว้จะได้ $k = \frac{qm + pn}{m + n}$

สมมติ p $\therefore k(m+n) = qm + pn$
 $\frac{km + kn - qm}{n} = p$

$$\frac{km - qm + kn}{n} = p$$

$$\text{Ans } \boxed{\frac{m(k-q)}{n} + k} = p$$

8. คำตอบ 5.>

คำอธิบาย ดูภาพประกอบเฉลย

กำหนดให้ $6(x + 3y + 2) - (4x + 19y) = 26$ และ $(8x + 15y - 15) - 4(x + 3y) = 23$ ค่าของ $2x + y$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี

$$\begin{aligned} \text{จาก } 6(x + 3y + 2) - (4x + 19y) &= 26 \\ 6x + 18y + 12 - 4x - 19y &= 26 \\ 2x - y &= 14 \quad \text{---} \quad \textcircled{1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{จาก } (8x + 15y - 15) - 4(x + 3y) &= 23 \\ 8x + 15y - 15 - 4x - 12y &= 23 \\ 4x + 3y &= 38 \quad \text{---} \quad \textcircled{2} \end{aligned}$$

$$\text{นำ } \textcircled{2} \text{ คูณ } \textcircled{1} \quad 6x - 6y = 84 \quad \text{---} \quad \textcircled{3}$$

$$\begin{aligned} \text{นำ } \textcircled{2} + \textcircled{3} \quad 10x &= 90 \\ x &= 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{แทนค่า } x \text{ ใน } \textcircled{1} \quad 2(9) - y &= 14 \\ 18 - 14 &= y \\ 4 &= y \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } 2x + y = 2(9) + 4 = \boxed{22} \quad \text{Ans}$$

9. คำตอบ 2.>

คำอธิบาย ดูภาพประกอบเฉลย

ความต้านทาน (R) ของลวดโลหะเส้นหนึ่งแปรผันโดยตรงกับความยาวของเส้นลวด (L) และแปรผันแบบผกผันกับกำลังสองของรัศมีของหน้าตัด (r) ถ้าลวดเส้นหนึ่งยาว 15 เมตร มีรัศมีของหน้าตัด 0.3 มิลลิเมตร และความต้านทาน 5.0 โอห์ม จงหาว่าลวดโลหะชนิดเดียวกันที่มีความยาว 20 เมตร ค่าความต้านทาน 2.4 โอห์ม มีรัศมีของหน้าตัดเท่ากับ กี่มิลลิเมตร

จากโจทย์

$$R \propto \frac{L}{r^2}$$

เขียนเป็นสมการได้ว่า

$$R = k \left(\frac{L}{r^2} \right) \quad \text{เมื่อ } k \text{ คงที่เสมอ} \quad \textcircled{1}$$

ที่ลวด $L = 15$ ม., $r = 0.3$ มม., $R = 5$
แทนค่าใน $\textcircled{1}$

$$5 = k \left(\frac{15}{(0.3)^2} \right)$$

$$= k \left(\frac{15}{0.09} \right)$$

$$\frac{0.45}{15} = k \quad \text{---} \quad \textcircled{2}$$

ที่ลวดยาว $L = 20$, $R = 2.4$ รัศมีของหน้าตัดเท่ากัน $r = ?$
แทนค่าใน $\textcircled{1}$ และค่า k จาก $\textcircled{2}$

$$2.4 = \frac{0.45}{15} \left(\frac{20}{r^2} \right)$$

$$2.4 r^2 = 0.6$$

$$r^2 = \frac{0.6}{2.4}$$

$$r^2 = \frac{1}{4}$$

$$r = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} = \boxed{0.5 \text{ มม.}} \quad \underline{\text{Ans}}$$

10. คำตอบ 4.>

คำอธิบาย รูปภาพประกอบเฉลย

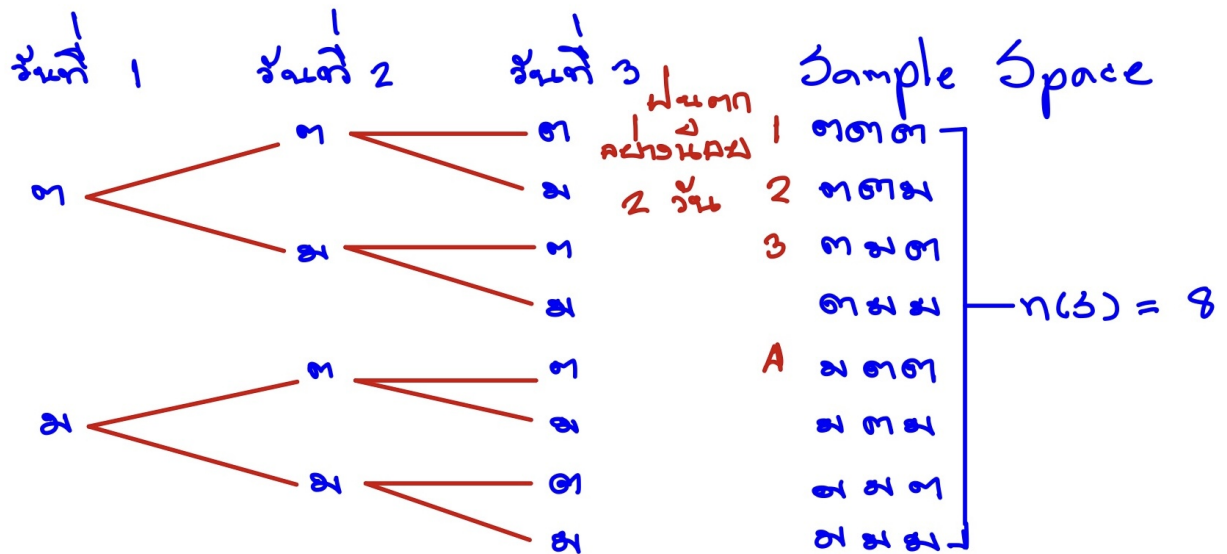
ในระยะเวลา 3 วัน คาดคะเนไว้ว่าฝนอาจจะตกหรือไม่ตก โอกาสที่ฝนจะตกอย่างน้อย 2 วันเป็นเท่าไร

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

$$\text{Probability of Event} = \frac{\text{จำนวน Event}}{\text{จำนวน Sample Space}}$$

$$\text{หรือ } P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} \quad \text{--- ①}$$

กำหนดให้ ฝนตก = ต. ไม่ตก = ข.



$n(E)$ คือ จำนวนที่ฝนตกอย่างน้อย 2 วัน
= 4

$$\therefore P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \quad \text{Ans}$$

11. คำตอบ 3.>

คำอธิบาย ดูภาพประกอบเฉลย

ถังเก็บน้ำมีปั้มน้ำ 3 ตัว ปั้ม ก และ ข สูบน้ำเข้าเต็มถังในเวลา 6 ชั่วโมง และ 12 ชั่วโมง ตามลำดับ ปั้ม ค สูบน้ำออกกถังหมดในเวลา 8 ชั่วโมง เริ่มเปิดปั้ม ก และ ข สูบน้ำเข้าถึงเปลาพร้อมกันเป็นเวลา 2 ชั่วโมง หลังจากนั้นเปิดปั้ม ค เพิ่มขึ้นอีกตัว จงคำนวณว่าจะใช้เวลารวมทั้งชั่วโมงจึงจะสูบน้ำเต็มถัง นับเวลาเริ่มตั้งแต่เปิดปั้ม ก และ ข

กำหนดให้ น้ำ เต็ม ถัง 1 หน่วย = x หน่วย

ปั้ม ก. สูบน้ำเข้า 6 ชม. น้ำเต็มถัง x หน่วย
 ที่สูบน้ำเข้า 1 ชม. ได้ น้ำ $\frac{x}{6}$ หน่วย — (1)

ปั้ม ข. สูบน้ำเข้า 12 ชม. น้ำเต็มถัง x หน่วย
 ที่สูบน้ำเข้า 1 ชม. ได้ น้ำ $\frac{x}{12}$ หน่วย — (2)

ปั้ม ค. สูบน้ำออก 8 ชม. น้ำหมดถัง x หน่วย
 ที่สูบน้ำออก 1 ชม. น้ำ ออก $\frac{x}{8}$ หน่วย — (3)

∴ ก. + ข. เปิด 1 ชม. = $\frac{x}{6} + \frac{x}{12} = \frac{x}{4}$

เปิด 2 ชม. = $\frac{x}{4} (2) = \frac{x}{2}$ — (4)

* ในเวลา 1 ชม. เปิดปั้ม ก. + ข. + ค. จะได้ น้ำ

(1) + (2) - (3) = $\frac{x}{6} + \frac{x}{12} - \frac{x}{8}$

= $\frac{4x + 2x - 3x}{24}$

= $\frac{3x}{24} = \frac{x}{8}$ — (5)

ปั้ม ก. + ข. + ค. ได้ น้ำ $\frac{x}{8}$ หน่วย ในเวลา 1 ชม.

น้ำเต็มถัง = x

จาก (4) แล้วคือว่า

เหลือสูบน้ำ = $x - \frac{x}{2} = \frac{x}{2}$

$\frac{x}{2}$ หน่วย ใช้เวลา $\frac{x}{2} \div \frac{x}{8}$

= $\frac{x}{2} \left(\frac{8}{x} \right) = 4$

∴ จะได้ออกใช้เวลารวมทั้งสิ้น $2 + 4 = 6$ ชั่วโมง

คำอธิบาย รูปภาพประกอบเฉลย

ถังน้ำฐานรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดยาวด้านละ 50 เซนติเมตร และสูง 50 เซนติเมตร บรรจุน้ำไว้ $\frac{3}{10}$ ของปริมาตรถัง ถ้าน้ำรั่วออก 500 ลูกบาศก์เซนติเมตรต่อวินาที จงหาว่านานกี่นาทีน้ำจึงจะเหลือ $\frac{1}{10}$ ของปริมาตร

$$\begin{aligned} \text{ปริมาตรของถังน้ำ} &= \text{กว้าง} \times \text{ยาว} \times \text{สูง} \\ &= 50 \times 50 \times 50 \\ &= 125,000 \text{ ซม.}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{บรรจุน้ำไว้ } \frac{3}{10} &= \frac{3}{10} \times 125,000 \\ &= 37,500 \text{ ————— } \textcircled{1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{น้ำรั่วออกเหลือ } \frac{1}{10} &= \frac{1}{10} \times 125,000 \\ &= 12,500 \text{ ————— } \textcircled{2} \end{aligned}$$

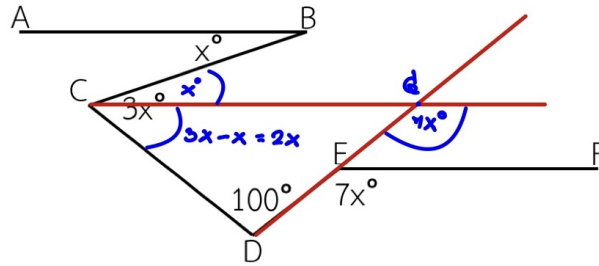
$$\begin{aligned} \text{เหลือน้ำในถังน้ำ} \textcircled{1} - \textcircled{2} &= 37,500 - 12,500 \\ &= 25,000 \text{ ซม.}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{คิดจากน้ำรั่ว } 500 \text{ ซม.}^3/\text{วินาที} \text{ คิดเป็น } \frac{25,000}{500} \\ &= \boxed{50 \text{ วินาที}} \text{ Ans} \end{aligned}$$

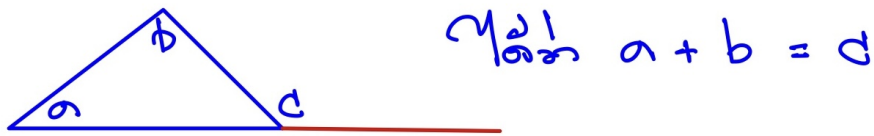
13. คำตอบ 3.>

คำอธิบาย ดูภาพประกอบเฉลย

จากรูปกำหนด AB ขนาน EF ค่าของ x จะตรงกับข้อใด



จากทฤษฎี
 ความเท่าเทียมโดยเส้นตัดขนานตัดกัน ดังนั้นจึงสรุปได้ ผลที่ได้ สมการที่เกิดขึ้น
 มี ๒ สมการเท่ากัน ผลรวมของมุมภายใน มี ๓ บรรทัด



จะได้ $a + b = d$

คือ $\triangle CDE$ ซึ่งบอก และจาก ทฤษฎี จะได้

$$7x = 2x + 100$$

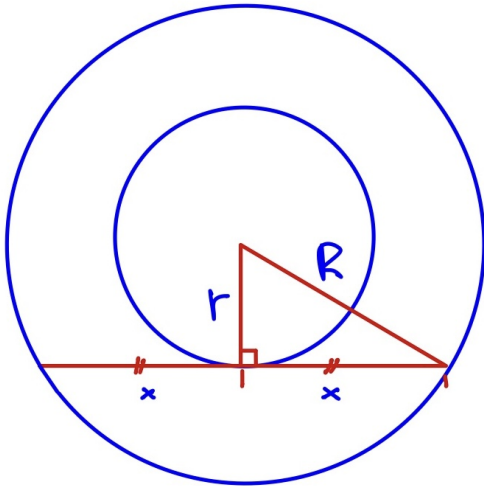
$$5x = 100$$

$$x = 20^\circ \text{ Ans}$$

14. คำตอบ 2.>

คำอธิบาย ดูภาพประกอบเฉลย

วงกลมที่มีจุดศูนย์กลางร่วมกัน 2 วง ทำให้เกิดวงแหวนซึ่งมีพื้นที่ 49π ตารางหน่วย คอร์ดของวงกลมใหญ่ที่สัมผัสวงกลมเล็กจะยาวกี่หน่วย $\pi (\pi \approx 3.14)$



พื้นที่วงแหวนเท่ากัน

$$\pi R^2 - \pi r^2 = 49\pi$$

$$\pi (R^2 - r^2) = 49\pi$$

$$R^2 - r^2 = 49 \quad \text{--- (1)}$$

จาก Δ สุ่มฉาก

$$R^2 = r^2 + x^2$$

$$R^2 - r^2 = x^2$$

จาก (1) $x^2 = 49$

$$x = 7 \text{ หน่วย}$$

\therefore คอร์ดของวงกลมใหญ่ที่สัมผัสกับวงกลมเล็กยาว = $2x$

$$= \boxed{14} \text{ Ans}$$

15. คำตอบ 2.>

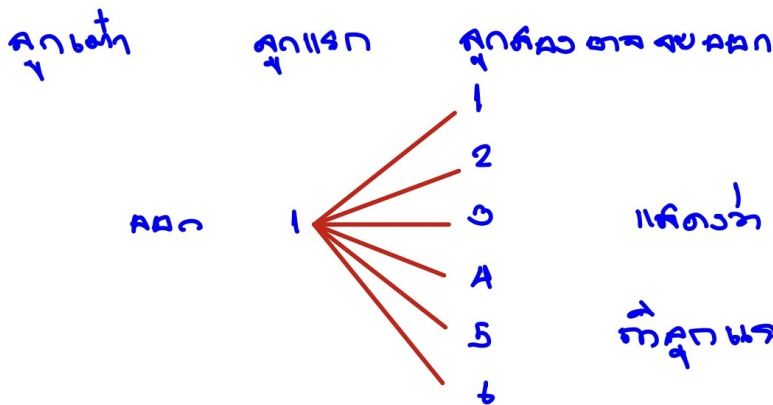
คำอธิบาย รูปภาพประกอบเฉลย

ทอดลูกเต๋า 2 ลูกพร้อมกัน จงหาความน่าจะเป็นที่จะทอดให้ได้ผลรวมหรือผลต่างของแต้มเป็น 3

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

$$\text{Probability of Event} = \frac{\text{จำนวน Event}}{\text{จำนวน Sample Space}}$$

$$\text{หรือ } P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} \quad \text{--- ①}$$



แสดงว่า ลูกแรก ตก 1 จะได้

$$n(S) = 6$$

ที่ลูกแรก ตก 1, 2, 3, 4, 5, 6

จะได้ $n(S)$ ทั้งหมด

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

E = ผลรวม ที่ตก ลง บน รวม แต้ม เป็น 3

$E = \{(1,2), (2,1), (3,6), (6,3), (4,1), (1,4), (5,2), (2,5)\}$

∴ $n(E) = 8$

จาก ① $P(E) = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$ Ans

16. คำตอบ 1.>

คำอธิบาย ดูภาพประกอบเฉลย

กราฟพาราโบลา $y = x^2 + 1$ ตัดกับกราฟเส้นตรง $x + 2y - 4 = 0$ ที่จุด $(x_1 + y_1)$ และ $(x_2 + y_2)$ จงค่าของ $x_1 + x_2$

จากใจหมาย $y = x^2 + 1$

และ $x + 2y - 4 = 0$ — ①

แทนค่า y ในสมการ ① ได้

$$x + 2(x^2 + 1) - 4 = 0$$

$$x + 2x^2 + 2 - 4 = 0$$

$$2x^2 + x - 2 = 0$$
 — ②

จากสมการ $ax^2 + bx + c = 0$ ∴ จาก ② $a=2, b=1, c=-2$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{(1)^2 - 4(2)(-2)}}{2(2)}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{16}}{4}$$

$$= \frac{-1 \pm 4}{4} \begin{cases} \frac{-1+4}{4} = \frac{3}{4} = x_1 \\ \frac{-1-4}{4} = \frac{-5}{4} = x_2 \end{cases}$$

$$\therefore x_1 + x_2 = \frac{3}{4} + \left(-\frac{5}{4}\right)$$

$$= \frac{-2}{4}$$

$$= \frac{-1}{2} \quad \text{Ans}$$

17. คำตอบ 3.>

คำอธิบาย ดูภาพประกอบเฉลย

$3 \tan^{-2} 30^\circ + 4 \sin^2 60^\circ - \sin^{-2} 30^\circ - 8 \cos^2 60^\circ - 5 \tan^2 45^\circ$ มีค่าเท่าใด

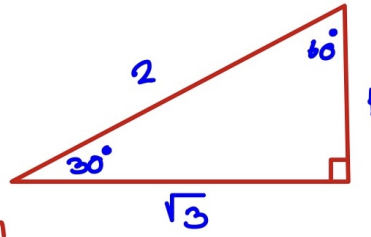
เช่น $\tan 30^\circ = 1/\sqrt{3}$

$\sin 60^\circ = \sqrt{3}/2$

$\sin 30^\circ = 1/2$

$\cos 60^\circ = 1/2$

$\tan 45^\circ = 1$



ที่มุมฉาก
 ถ้ามุมที่ 1 แล้ว
 ถ้ามุมที่ 2 แล้ว
 \sin ขั้ว + คาก
 \cos ขั้ว + คาก
 \tan ขั้ว + ขั้ว

แทนค่าในโจทย์ ดูเลขยกกำลังให้คิดตามด้วย เช่น $\tan^{-2} 30^\circ = 1/\tan^2 30^\circ$

$$= 3(\sqrt{3})^2 + 4\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - (2)^2 - 8\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 5(1)^2$$

$$= 3(3) + 4\left(\frac{3}{4}\right) - 4 - \frac{8}{4} - 5$$

$$= 9 + 3 - 4 - 2 - 5$$

$$= \boxed{1} \text{ Ans}$$

18. คำตอบ 1.>

คำอธิบาย ดูภาพประกอบเฉลย

ถ้า $\frac{a^3 + b^3}{a + b} = 35$ และ $ab = 6$ แล้ว $(a - b)^2$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

$$\frac{a^3 + b^3}{a + b} = 35$$

สูตรการแยกตัวประกอบ

$$\frac{a^3 + b^3}{a + b} = 35 \rightarrow a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^2 - ab + b^2 = 35$$

จากโจทย์ $ab = 6$ แทนค่า

$$a^2 - 6 + b^2 = 35$$

$$a^2 + b^2 = 35 + 6$$

$$= 41$$

โจทย์ให้มาคือ $(a - b)^2$ จะได้ว่า

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \rightarrow (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$= a^2 + b^2 - 2(ab)$$

$$= 41 - 2(6)$$

$$= 29 \text{ Ans}$$

19. คำตอบ 2.>

คำอธิบาย ดูภาพประกอบเฉลย

ข้อใดมีค่ามากที่สุด $a = 2^{45}$, $b = 3^{36}$, $c = 4^{27}$, $d = 5^{18}$ และ $e = 6^9$

วิธีทำ หากจะ เลขยกกำลัง จำนวนออก วิธีที่ สหก มลย เลขยกกำลัง ๙ ตัวไหน
มีค่ามากที่สุด คือ สหก เลขยกกำลัง ๙ ได้ตัวเท่ากัน โดยยกทท ท.จ.ม.

๓๐๘ 45, ๓๖, 27, 18, 9 ท.จ.ม. ได้ ตัวเท่ากัน 9
ตัวได้ ๙

$$a = 2^{45} = (2^5)^9 = 32^9$$

$$b = 3^{36} = (3^4)^9 = 81^9$$

$$c = 4^{27} = (4^3)^9 = 64^9$$

$$d = 5^{18} = (5^2)^9 = 25^9$$

$$e = 6^9 = (6)^9 = 6^9$$

∴ ตัวที่มีค่ามากที่สุด คือ $b = 81^9$ Ans

20. คำตอบ 3.>

คำอธิบาย ดูภาพประกอบเฉลย

ค่าใช้จ่ายในการพิมพ์รูปบนเสื้อ ส่วนหนึ่งคงที่คือค่าทำแบบพิมพ์ อีกส่วนหนึ่งคือค่าพิมพ์ ซึ่งแปรผันตามจำนวนเสื้อที่พิมพ์ ถ้าพิมพ์รูปบนเสื้อ 100 ตัว เสียค่าใช้จ่ายทั้งหมด 10,000 บาท และถ้าพิมพ์ 200 ตัว เสียค่าใช้จ่ายทั้งหมด 18,500 บาท จงหาว่าค่าทำแบบพิมพ์ราคากี่บาท

หลักการแปรผันตรงหรือการแปรผกผัน

หากนิยาม ให้ x และ y แทนปริมาณใดๆ

1.) x แปรผันตรงกับ y เขียนสมการได้ว่า

$$x = ky$$

สังเกตว่า k เป็นค่าคงที่ของ การแปรผัน

2.) x แปรผกผันกับ y เขียนสมการได้ว่า

$$x = k\left(\frac{1}{y}\right)$$

จากใจหาย กำหนดค่าตัวแปรดังนี้

a = ค่าใช้จ่ายในการพิมพ์เสื้อทั้งหมด

b = ค่าทำแบบพิมพ์ (ค่าคงที่)

c = ค่าพิมพ์

d = จำนวนเสื้อที่พิมพ์

$$\therefore a = b + c \quad \text{-----} \quad \textcircled{1}$$

เมื่อ ค่าพิมพ์แปรผันตรงกับจำนวนเสื้อที่พิมพ์ $c = kd$

แทนค่า c ใน $\textcircled{1}$ $\therefore a = b + kd \quad \text{-----} \quad \textcircled{2}$

ถ้าใช้เสื้อ 10,000 พิมพ์ 100 ตัว

$$10,000 = b + k(100)$$

$$10,000 - b = k100 \quad \text{-----} \quad \textcircled{3}$$

ถ้าใช้เสื้อ 18,500 พิมพ์ 200 ตัว

$$18,500 = b + k(200)$$

$$18,500 - b = k200 \quad \text{-----} \quad \textcircled{4}$$

นำ $\textcircled{3}$ คูณด้วย 2 จะได้ $20,000 - 2b = k200 \quad \text{-----} \quad \textcircled{5}$

จะได้ $\textcircled{4} = \textcircled{5}$ ($k200$ เหมือนกัน)

$$\therefore 18,500 - b = 20,000 - 2b$$

$$b = 20,000 - 18,500$$

$$= 1,500$$

ค่าแบบพิมพ์ 1,500 บาท Ans